Самостійна робота з навчальної дисципліни
«Вища та прикладна математика»
для студентів групи 10е-19-01
доц. Філатова Л.Д.

Конспекти лекцій будуть публікуватися за розкладом занять у фейсбук-групі BUSINESS ECONOMICS. Актуальна освіта в НЮУ імені Ярослава Мудрого. URL: https://www.facebook.com/groups/701530796898235/

ТЕМА «ВИПАДКОВІ ПОДІЇ» (16.03.2020)

План

1. Обчислення ймовірностей випадкових подій.
2. Застосування теорем множення та додавання ймовірностей.
2. Формула повної ймовірності.
3. Формула гіпотез (Байєса).

Питання для самоконтролю

1. Які події називаються випадковими? Наведіть приклади.
2. Які події утворюють повну групу несумісних подій? Наведіть приклади.
3. Яка подія називається сумою, або об’єднанням, кількох подій?
4. Яка подія називається добутком кількох подій?
5. Сформулюйте класичне визначення ймовірності події. У яких межах змінюється ймовірність події?
6. Чому дорівнює сума ймовірностей несумісних подій, що утворюють повну групу?
7. Чому дорівнює сума ймовірностей несумісних подій?
8. Яка ймовірність називається умовною?
9. Чому дорівнює добуток ймовірностей несумісних подій?
10. За якою формулою обчислюється повна ймовірність події?
11. В якому випадку застосовується формула гіпотез?
12. Апріорна ймовірність гіпотези.
13. Апостеріорна ймовірність гіпотези

Практичні завдання

1. Для сигналізації про аварію встановлено три незалежно діючі пристрої. Ймовірність того, що при аварії спрацює перший пристрій, дорівнює 0,8, для другого і третього пристроїв ці ймовірності відповідно дорівнюють 0,9 та 0,8. Знайти ймовірність того, що при аварії спрацює а) тільки один пристрій; б) хоча

б один пристрій, в) не менше трьох пристроїв.

3. Із трьох гармат зроблено залп по цілі. Ймовірність влучення в ціль одним пострілом із першої гармати дорівнює 0,8, із другої – 0,7, із третьої – 0,9. Знайти ймовірність того, що а) всі три гармати влучать у ціль; б) тільки дві гармати влучать у ціль.

5. Робітник обслуговує 3 верстати. Ймовірність того, що протягом години його уваги потребує перший верстат, дорівнює 0,5, другий – 0,6, третій – 0,8. Знайти ймовірність того, що протягом години а) не потребує уваги робітника жоден верстат; б) потребує уваги будь-який один верстат.

6. Ймовірність того, що день буде дощовий, дорівнює 0,7. Знайти ймовірність того, що день буде сонячний.

7. Підкидають два гральних кубики. Яка ймовірність того, що випаде принаймні одна трійка, якщо на всіх трьох кубиках випали різні грані?

8. Маємо три ящики, в яких містяться по 10 деталей. В першому ящику – 8, в другому – 7, в третьому – 9 стандартних деталей. З кожного ящика навмання беруть по одній деталі. Знайти ймовірність того, що всі три взяті деталі стандартні.

9. Деталі, виготовлені цехом заводу, потрапляють для перевірки їх стандартності до одного з двох контролерів. Ймовірність того, що деталь попаде до першого контролера, дорівнює 0,6, а до другого – 0,4. Ймовірність того, що придатна деталь буде визнана стандартною першим контролером, дорівнює 0,94, а другим – 0,98. Придатна деталь при перевірці визнана стандартною. Знайти ймовірність того, що деталь перевіряв перший контролер.

10. В академічній групі 25 студентів, які складають екзамен з математики, із них 5 підготовлені відмінно, 10 – добре, 9 – задовільно і 6 – незадовільно. В екзаменаційних тестах міститься 10 питань. Відмінно підготовлений студент може відповісти на всі 10 запитань, добре підготовлений – на 7 запитань, задовільно підготовлений – на 5 запитань і незадовільно підготовлений – на 3 запитання. Навмання викликаний студент відповів на всі три запитання. Знайти ймовірність того, що це був студент: 1) відмінно підготовлений; 2) незадовільно підготовлений.

11. Телевізори виготовляють на трьох підприємствах. Брак на першому становить 10%, на другому – 5%, третьому – 15%. Випадковим чином купили телевізор, який виявився бракованим. Яка ймовірність того, що телевізор виготовлений:

а) першим підприємством; б) другим підприємством; в) третім підприємством? Порівняти ці ймовірності.

Список рекомендованої літератури

Гладунський В.Н. Математика для економістів: означення, формули, приклади. Навч. посібник. - Львів, 2013, 632 с.

Лозовий Б.Н., Пушак Я.С. Теорія ймовірностей і елементи математичної статистики. Навч. посібник. – К.: Ліра-К, 2018. – 276с.

Копич І.М., Сороківський В.М., Теорія ймовірностей та математична статистика. Навч. посібник. – К.: Ліра-К, 2018 – 382с.

Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособ. - М. : Юрайт, 2011. - 479 с.

Методичні рекомендації до самостійної роботи при підготовці до практичного заняття

Після опрацювання теми на практичних заняттях студент повинен

знати: визначення випадкової події, класифікацію подій, основні способи обчислення ймовірностей складних подій.

вміти: застосовувати основні теореми та формули для знаходження ймовірностей випадкових подій.

Рекомендації до розв’язання типових прикладів.

Задача 1. Яка ймовірність того, що при підкиданні грального кубика випаде парна кількість очок?

Розв’язування

При підкиданні грального кубика можливі шість наслідків – випадіння 1, 2, 3, 4, 5, 6 очок, тобто n=6. Вони утворюють повну групу подій (рівноможливих). Розглянемо подію A – (випадіння парної кількості очок). Її спричиняють три випадки – 2, 4 та 6 очок. Тому $p(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

Задача 2. В кейсі є 5 акцій першого виду, 6 – другого і 3 – третього. Знайти ймовірність того, що три навмання взяті акції виявляються одного і того ж виду.

Розв’язування

Введемо події: A – (три навмання взяті акції є одного виду),
B_i – (три акції i-го виду) $\left(i=\overline{1,3}\right)$.

Тоді $p\left(B_1\right)=\frac{C_5^3}{C_{14}^3}=\frac{5}{182}$; $p\left(B_2\right)=\frac{C_6^3}{C_{14}^3}=\frac{5}{91}$; $p\left(B_3\right)=\frac{C_3^3}{C_{14}^3}=\frac{5}{364}$;

$$p(A)=\frac{5}{182}+\frac{5}{91}+\frac{1}{364}=\frac{31}{364}.$$

Відповідь: $\frac{31}{364}$.

Задача 3. У зв’язці шість різних ключів, з яких тільки одним можна відкрити замок. Навмання вибирається ключ і робиться спроба відкрити ним замок. Ключ, що не підійшов, більше не використовується. Знайти ймовірність того, що буде використано не більше трьох ключів.

Розв'язування

Нехай В – (замок відкрито після використання не більше трьох ключів); A_i – (замок відкрито і-им ключем) $\left(i=\overline{1,6}\right)$. Тоді $B = A_1 + \overline{A}_1 A_2 + \overline{A}_1 \overline{A}_2 A_3$,

$$p(B)=\frac{1}{6}+\frac{5}{6}\cdot\frac{1}{5}+\frac{5}{6}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{4}=0{,}5.$$

Відповідь: 0,5.

Задача 4. (Задача про безповторну вибірку). В урні N куль. З них М – білі. Навмання з урни виймають n куль. Яка ймовірність того, що серед них m – білі?

Розв'язування

$$P_{n,m}\left(N,M\right)=\frac{C_M^m\cdot C_{N-M}^{n-m}}{C_N^n}.$$

Задача 5. Студент знає відповідь на 20 білетів із 30. Коли йому краще взяти екзаменаційний білет: першим чи другим?

Розв'язування

Нехай подія A – (Студент отримав білет, який він знає). Якщо студент іде першим, то ймовірність отримати білет, який він знає,

$$p(A)=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}.$$

Якщо студент іде другим, то ця ймовірність буде обчислена за формулою повної ймовірності

$$p(A)=p(H_1)p\left(A/H_1\right)+p(H_2)p\left(A/H_2\right),$$

де події H_1 та H_2 – гіпотези.

H_1 – (перший студент витягнув білет, який знає і другий студент), $p\left(H_1\right)=\frac{20}{30}=\frac{2}{3}$;

H_2 – (перший студент витягнув білет, якого не знає другий студент), $p\left(H_2\right)=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$, $p\left(A/H_1\right)=\frac{19}{29}$, $p\left(A/H_2\right)=\frac{20}{29}$ - умовні імовірнісні події A .

Тоді $p(A)=\frac{2}{3}\cdot\frac{19}{29}+\frac{1}{3}\cdot\frac{20}{29}=\frac{2}{3}$.

Задача 6**.** На складі фірми з продажу комп'ютерів є монітори трьох фірм-виробників у кількості 19, 6 та 11 шт. відповідно, які можуть безвідмовно працювати до кінця гарантійного строку з ймовірностями 0,85, 0,75 та 0,71 відповідно. Для комплектації виробу працівник фірми бере випадково один з моніторів. Обчислити ймовірність того, що підключений та безвідмовно працюючий до кінця гарантійного строку монітор поставлений відповідно першою, другою або третьою фірмою-виробником.

Розв'язування

Першим експериментом є вибір монітора, другим – робота монітора під час гарантійного строку. Розглянемо наступні події:

A – монітор працює безвідмовно до кінця гарантійного строку;

B_i – працівник фірми візьме монітор з продукції i-ї $\left(i=\overline{1,3}\right)$ фірми-виробника.

Ймовірність події A обчислюємо за формулою повної ймовірності:

$$p(A)=p(A/B_1)p(B_1)+p\left(A/B_2\right)p\left(B_2\right)+p\left(A/B_3\right)p(B_3).$$

Умовні ймовірності надані в умові задачі:

$$p(A/B_1)=0{,}85;\ p(A/B_2)=0{,}76;\ p(A/B_3)=0{,}71.$$

Аналогічно попередній задачі обчислимо ймовірності:

$$p(B_1)=\frac{19}{36}=0{,}528,\ \ p(B_2)=\frac{6}{36}=0{,}167;\ \ p(B_3)=\frac{11}{36}=0{,}306;$$

$$p(A)=0{,}85\cdot\frac{19}{36}+0{,}76\cdot\frac{6}{36}+0{,}71\cdot\frac{11}{36}=0{,}792.$$

За формулою Байєса обчислимо умовні ймовірності подій (гіпотез) B_i:

$$p\left(B_1/A\right)=\frac{0{,}528\cdot 0{,}85}{0{,}792}=0{,}566;\ \ p\left(B_2/A\right)=\frac{0{,}167\cdot 0{,}76}{0{,}792}=0{,}160;$$

$$p\left(B_3/A\right)=\frac{0{,}306\cdot 0{,}71}{0{,}792}=0{,}274.$$ Відповідь: 0,274.

ТЕМА «ОДНОРІДНІ НЕЗАЛЕЖНІ ВИПРОБУВАННЯ» (23.03.2020)

План

1. Повторні незалежні випробування. Формула Бернуллі.
2. Локальна теорема Лапласа.
3. Інтегральна теорема Лапласа.
4. Наближення Пуассона.

Питання для самоконтролю

1. Охарактеризуйте схему Бернуллі.
2. Які випробування називаються незалежними?
3. Формула Бернуллі та можливість її застосування.
4. Чому формулу Бернуллі ще називають біноміальною?
5. Коли в схемі Бернуллі застосовують асимптотичні наближення формули Бернуллі?
6. Сформулюйте локальну теорему Лапласа.
7. Сформулюйте інтегральну теорему Лапласа.
8. В яких випадках застосовується локальне наближення формули Бернуллі?

9. В яких випадках застосовується інтегральне наближення формули Бернуллі?

10. Які події називаються малоймовірними?

11. У яких випадках в схемі Бернуллі застосовують наближення Пуассона?

Практичні завдання

1. Ймовірність того, що витрата електроенергії протягом доби не перевищить встановлену норму, дорівнює 0,75. Знайти ймовірність того, що в найближчі 6 діб витрата електроенергії протягом 4 діб не перевищить норму.

2. Ймовірність влучання в мішень стрільцем з одного пострілу дорівнює 0,75. Знайти ймовірність того, що з 10 пострілів стрілець влучить у мішень 8 разів.

3. Бізнесмен, вивчивши попит ринку на нові спортивні автомобілі, вирішив продати пробну партію з дев’яти таких автомашин. Ймовірність отримати високий прибуток за рахунок кожної машини оцінена в 0,8 і вважається успіхом, якщо за день їх буде продано не менше семи. Яка ймовірність успіху, якщо протягом дня продаж машин відбувається незалежно?

4. Під час тестування з математики студент має дати правильні відповіді на 5 запитань. Ймовірність того, що він на позитивну оцінку відповість на одне запитання, у середньому дорівнює 0,8. Щоб скласти тест, студентові необхідно дати відповідь не менш ніж на три питання. Знайти ймовірність того, що студент складе тест.

5. Садівником восени було посаджено сім саджанців яблуні. Ймовірність того, що будь-який із саджанців навесні проросте, у середньому складає 0,7. Обчислити ймовірність того, що із семи саджанців яблуні навесні проростуть: 1) три саджанці; 2) не менш як три. Знайти найімовірніше число саджанців, які навесні проростуть, і обчислити відповідну ймовірність.

6. Ймовірність появи події у кожному з незалежних випробувань дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що подія настане 120 разів у 144 випробуваннях.

7. Знайти ймовірність того, що подія А відбудеться рівно 80 разів у 400 незалежних випробуваннях, якщо ймовірність появи цієї події в кожному випробуванні дорівнює 0,2.

8. Ймовірність того, що деталь не пройде перевірку дорівнює 0,8. Знайти ймовірність того, що серед 200 випадково відібраних деталей перевірку не пройдуть від 60 до 100 деталей.

9. Ймовірність появи події в кожному з незалежних випробувань дорівнює 0,2. Знайти ймовірність того, що подія настане 60 разів у 100 випробуваннях.

10. Знайти ймовірність того, що при 100 підкиданнях монети герб випаде

не менше 40 і не більше 60 разів.

11. При транспортуванні деталь може пошкодитися із імовірністю 0,0001. Яка ймовірність того, що при транспортуванні із 3000 деталей буде пошкоджено 5?

Список рекомендованої літератури

Гладунський В.Н. Математика для економістів: означення, формули, приклади. Навч. посібник. - Львів, 2013, 632 с.

Лозовий Б.Н., Пушак Я.С. Теорія ймовірностей і елементи математичної статистики. Навч. посібник. – К.: Ліра-К, 2018. – 276с.

Копич І.М., Сороківський В.М., Теорія ймовірностей та математична статистика. Навч. посібник. – К.: Ліра-К, 2018 – 382с.

Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособ. - М. : Юрайт, 2011. - 479 с.

Васильченко І.П. Вища математика для економістів (спеціальні розділи). Київ: Кондор, 2014. 375 с.

Методичні рекомендації до самостійної роботи при підготовці до практичного заняття

Після опрацювання теми на практичних заняттях студент повинен

знати: поняття незалежності випробувань, характеристику схеми Бернуллі, формулу Бернуллі та її асимптотичні наближення.

вміти: застосовувати формулу Бернуллі та її асимптотичні наближення для знаходження ймовірностей складних випадкових подій.

Рекомендації до розв’язання типових прикладів.

Задача 1. Компанія володіє мережею дилерів на біржі. Ймовірність того, що дилер буде грати вдало, становить 0,7. 1) Знайти ймовірність того, що з п’яти дилерів будуть у збитках: а) два; б) хоча б два (вважається, що дії дилерів на біржі є незалежними). 2) Знайти найімовірніше число дилерів, які будуть грати вдало, а також ймовірність такої кількості.

Розв’язання

а) число появи події A m=2, і потрібно знайти $P_5(2)$. Так як n=5 – мале, то використаємо формулу Бернуллі:

$$P_5(2) = C_5^2 (0,3)^2 \cdot (0,7)^3 = 10 \cdot 0,09 \cdot 0,343 = 0,3087.$$

б) Події ($m \geq 2$) та ($m<2$) протилежні, тому

$$P_5(m \geq 2) = 1 - P_5(m < 2) = 1 - \left[P_5(0) + P_5(1)\right] =$$
$$= 1 - \left[C_5^0 (0,3)^0 (0,7)^5 + C_5^1 (0,3)^1 (0,7)^4\right] =$$
$$= 1 - (0,16807 + 0,36015) = 0,47178.$$

2) Подія A – вдала гра дилерів. За умовою задачі n=5, p= , q=0,3. Найімовірніше число m_0 дилерів, які будуть грати вдало, знайдемо за подвійною нерівністю $np - q \le m_0 \le np + p$.

Підставивши значення в ліву та праву частини, знайдемо 3,2≤ m_0≤4,2, звідки з врахуванням того, що m_0 – ціле число, точно отримаємо: m_0 =4. Нарешті, $P_5(m_0) = P_5(4) = C_5^4 (0,7)^4 \cdot 0,3 = 0,36015$.

Задача 2. Два станка з програмним управлінням виготовляють однотипні деталі, які надходять на спільний конвеєр. Їх продуктивності відносять як 2:5, причому перший виготовляє 35% деталей вищої якості, якими комплектуються вироби на експорт, другий – 10%. Знайти ймовірність того, що 400 навмання відібраних з конвеєра деталей вищої якості виявилось: а) 75 деталей, б) хоча б 80; в) не більше 75.

Розв’язання

а) Потрібно знайти $P_{400}(75)$. Оскільки n=400 – велике, p та q немалі і виконується нерівність npq=400·0,2·0,8=64>9, то потрібно вибрати локальну формулу Лапласа, яка в даному випадку дасть високу точність наближення.

$$x = \frac{m - np}{\sqrt{npq}} = \frac{75 - 400 \cdot 0,2}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} = -0,63, \quad \varphi(-0,63) = \varphi(0,63) = 0,3271$$

$$P_{400}(75) \approx \frac{1}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} \varphi(-0,63) = \frac{0,3271}{8} = 0,0410.$$

б) Для знаходження ймовірності $P_{400}(m \ge 80) = P_{400}(80 \le m \le 400)$ використовуємо інтегральну формулу Лапласа, скільки npq=64>9.

$$x_1 = \frac{m_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{80 - 400 \cdot 0,2}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0.8}} = 0; \qquad x_2 = \frac{m_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{400 - 400 \cdot 0,2}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} = 40,$$

$$P_{400}(80 \le m \le 400) \approx \Phi(40) - \Phi(0) = 0,5 - 0 = 0,5.$$

в) ймовірність $P_{400}(m \le 75) = P_{400}(0 \le m \le 75)$ знову обчислюємо за інтегральною формулою Лапласа:

$$x_1 = \frac{0 - 400 \cdot 0,2}{8} = -10; \; x_2 = \frac{75 - 400 \cdot 0,2}{8} = -0,63,$$

$$P_{400}(0 \le m \le 75) \approx \Phi(-0,63) - \Phi(-10) = \Phi(10) - \Phi(0,63) = 0,5 - 0,2357 = 0,2643.$$

ТЕМА «ДИСКРЕТНІ ВИПАДКОВІ ВЕЛИЧИНИ» (30.03.2020)

План

1. Побудова закону розподілу дискретних випадкових величин.
2. Обчислення числових характеристик дискретних випадкових величин
3. Основні закони розподілу дискретних випадкових величин.

Питання для самоконтролю

1.Що називається випадковою величиною (ВВ)?

2. Прокласифікуйте ВВ.

3. Дайте визначення закону розподілу випадкової величини.

4. Дайте визначення функції розподілу ВВ.

6. Перелічить числові характеристики положення ВВ.

7. Перелічить числові характеристики розсіювання ВВ.

8. Дайте визначення математичного сподівання ВВ.

9. Поясніть ймовірнісний зміст математичного сподівання.

10. Дайте визначення дисперсії ВВ.

11. Поясніть економічний зміст коефіцієнтів асиметрії та ексцесу.

12. Наведіть обчислювальні формули для математичного сподівання та дисперсії дискретної ВВ.

13. Поясніть значення моди та медіани дискретної ВВ в економічних дослідженнях.

14. Сформулюйте основні закони розподілу дискретних ВВ.

15. В чому заключається суть біноміального закону розподілу?

Практичні завдання

1. ДВВ X задана рядом розподілу

x	-5	0	4	5
p	1/8	1/2	1/4	1/8

Побудувати функцію розподілу *F(x)* (аналітично та графічно), обчислити m_x, D_x та $P(-5<X<5)$.

2. Студент знає відповідь на будь-яке питання екзаменатора з імовірністю 0,8. Студентові задаються питання до тих пір, поки він помилиться. Побудувати закон розподілу випадкової величини *X* – кількість питань, заданих студентові.

3. П’ять приладів перевіряють на надійність. Кожний наступний прилад підлягає перевірці лише в тому разі, якщо перед цим перевірений прилад виявиться надійним. Імовірність того, що прилад витримає перевірку на надійність, дорівнює 0,8 для кожного із них. Побудувати закон розподілу випадкової величини *X* – числа приладів, що пройшли перевірку.

4. Задано закон розподілу дискретної випадкової величини *X*:

$X=x_i$	–4	–1	2	5	8	10
$P(X=x_i)=p_i$	a	$1{,}5a$	$0{,}5a$	$3{,}5a$	$2{,}5a$	a

Знайти невідомий параметр a та обчислити $P(X<2)$, $P(-4<X\leq 8)$.

Побудувати функцію розподілу ймовірностей і накреслити її графік.

5. Троє студентів складають іспит із теорії ймовірностей. Імовірність того, що перший студент складе іспит, становить 0,9. Для другого та третього студентів ця ймовірність дорівнює відповідно 0,85; 0,8. Побудувати закон розподілу ймовірностей дискретної випадкової величини X–числа студентів, які складуть іспит з теорії ймовірностей, побудувати $F(X)$ і накреслити її графік.

6. Серед п'яти однотипних телевізорів є лише один в робочому стані. Щоб на нього натрапити, навмання беруть один із них і після відповідної перевірки відставляють його окремо від решти. Перевірка триває до появи телевізора в робочому стані. Визначити математичне сподівання і дисперсію випадкової величини X – кількості перевірених телевізорів.

7. По мішені проведено 3 постріли. Імовірність влучення у мішень першого пострілу становить 0,1, другого – 0,2, а третього – 0,3. Знайти ряд розподілу дискретної ВВ – кількісті влучень в мішень при трьох пострілах. Обчислити математичне сподівання та дисперсію ВВ.

8. Знайти математичне сподівання числа лотерейних білетів, на які випадає виграш, якщо куплено 20 білетів, причому ймовірність виграшу по одному білету дорівнює 0,3.

Список рекомендованої літератури

Гладунський В.Н. Математика для економістів: означення, формули, приклади. Навч. посібник. - Львів, 2013, 632 с.

Лозовий Б.Н., Пушак Я.С. Теорія ймовірностей і елементи математичної статистики. Навч. посібник. – К.: Ліра-К, 2018. – 276с.

Копич І.М., Сороківський В.М., Теорія ймовірностей та математична статистика. Навч. посібник. – К.: Ліра-К, 2018 – 382с.

Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособ. - М. : Юрайт, 2011. - 479 с.

Методичні рекомендації до самостійної роботи при підготовці до практичного заняття

Після опрацювання теми на практичних заняттях студент повинен

знати: методи побудови закону розподілу дискретної ВВ , основні закони розподілу дискретних ВВ, числові характеристики ВВ та їх економічний зміст;

вміти: будувати та інтерпретувати закони розподілу дискретних ВВ, обчислювати числові характеристики ВВ.

Рекомендації до розв'язання типових прикладів

1. Знайти математичне сподівання, дисперсію, середнє квадратичне

відхилення та побудувати многокутник розподілу випадкової величини, що задана законом розподілу:

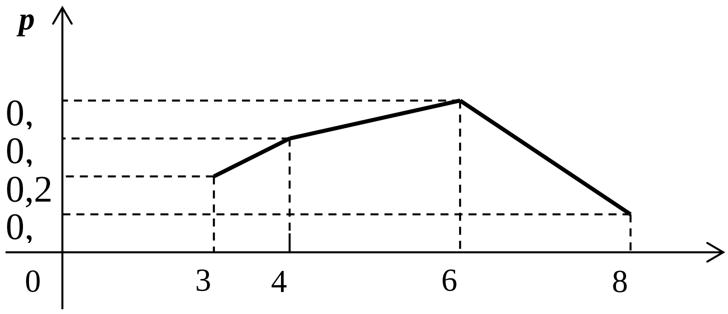
X	3	4	6	8
P	0,2	0,3	0,4	0,1

Розв’язання.

M(X)= 3·0,2+4·0,3+6·0,4+8·0,1=5,

D(X)=9·0,2+16·0,3+36·0,4+64·0,1-25=2,4; σ(X)=$\sqrt{2,4}\approx$ 1,549;

Многокутник розподілу має вигляд:



2. ДВВ X задана рядом розподілу

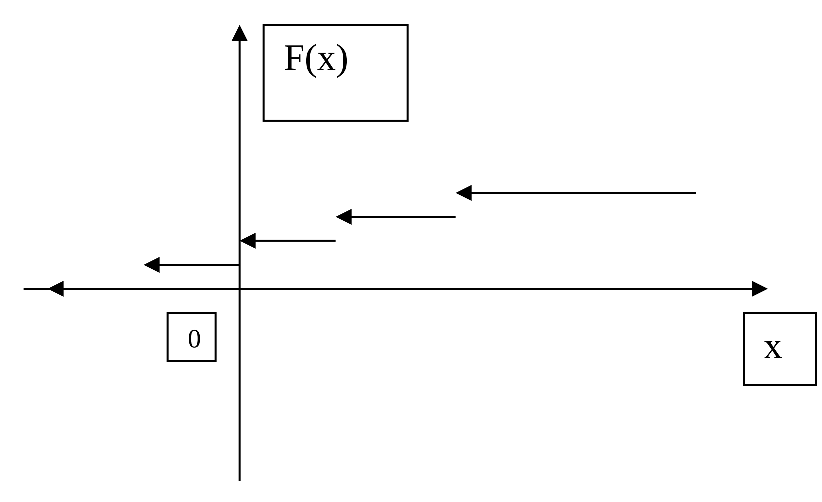
x	1	0	3	5
p	1/3	1/6	1/6	1/3

Побудувати функцію розподілу *F(x)* (аналітично та графічно), обчислити m_x, D_x та *P(-5<X<5).*

Розв’язання.

1) Побудуємо функцію розподілу *F(x)* (аналітично та графічно), обчислити m_x, D_x та *P(-5<X<5).*

$$F(x)=\begin{cases}0;\ x\le -1,\\ \frac{1}{3};1<x\le 0,\\ \frac{1}{3}+\frac{1}{6}=\frac{1}{2};0<x\le 3;\\ \frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3};3<x\le 5;\\ \frac{2}{3}+\frac{1}{3}=1;\ x>5.\end{cases}$$



Обчислимо математичне сподівання m_x, дисперсію D_x та ймовірність *P(-5<X<5):*

$$m_x=\sum_{i=1}^{4}x_i\cdot p_i=-1\cdot\frac{1}{3}+0\cdot\frac{1}{6}+3\cdot\frac{1}{6}+5\cdot\frac{1}{3}=\frac{11}{6}=1\frac{5}{6}=1{,}833(3);$$

$$m_{x^2}=\sum_{i=1}^{4}x^2{}_i\cdot p_i=(-1)^2\cdot\frac{1}{3}+0^2\cdot\frac{1}{6}+3^2\cdot\frac{1}{6}+5^2\cdot\frac{1}{3}=\frac{61}{6}=10\frac{1}{6}=10{,}166(6);$$

$$D_x=m_{x^2}-(m_x)^2=\frac{61}{6}-\left(\frac{11}{6}\right)^2=\frac{366-121}{36}=\frac{245}{36}=6\frac{29}{36}=6{,}8055(5);\left[D_x>0\right];$$

$$\sigma_x=\sqrt{D_x}=\sqrt{6{,}8055}=2{,}6087459;$$

$$P(-5<X<5)=P(-1)+P(0)+P(3)=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3}=0{,}66(6).$$

Відповідь: $F(x)=\begin{cases}0;\ x\le -1,\\ \frac{1}{3};-1<x\le 0,\\ \frac{1}{2};0<x\le 3;\\ \frac{2}{3};3<x\le 5;\\ 1;\ x>5.\end{cases}$ $\quad m_x=$ *1,8(3),* $D_x=$ *6,8,* $P(-5<X<5)=$ *0,(6).*

3. Закон розподілу дискретної випадкової величини задано у табл.

x	- 6	- 4	2	4	6	8
P	0,1	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2

Обчислити *M(X), D(X),* $\sigma(X)$.

Розв'язання.

$$M(X)=x_1p_1+x_2p_2+x_3p_3+x_4p_4+x_5p_5+x_6p_6=-6\cdot 0{,}1-4\cdot 0{,}1+2\cdot 0{,}2+4\cdot 0{,}3+6\cdot 0{,}1+8\cdot 0{,}2=$$
$$=-0{,}6-0{,}4+0{,}4+1{,}2+0{,}6+1{,}6=2{,}8.$$

$$D(X)=M(X^2)-[M(X)]^2=\sum_{i=1}^{6}x_ip_i-[M(X)]^2=$$

$$=36\cdot 0{,}1+16\cdot 0{,}1+4\cdot 0{,}2+16\cdot 0{,}3+36\cdot 0{,}1+64\cdot 0{,}2-(2{,}8)^2=$$

$$= 3{,}6 + 1{,}6 + 0{,}8 + 4{,}8 + 3{,}6 + 12{,}8 - 7{,}84 = 19{,}36\,.$$

$$\sigma(X) = \sqrt{D(X)} = \sqrt{19{,}36} = 4{,}4\,.$$