**Тема. Однорідні незалежні випробування**

1. Формула Бернуллі.

2. Локальна теорема Лапласа. Формула Пуассона.

4. Інтегральна теорема Лапласа.

**1. Формула Бернуллі**

Нехай відбуваються n незалежних випробувань, у кожному з яких може мати місце чи не мати місця певна подія А з однією й тією ж імовірністю. Ймовірність появи події А в кожному випробуванні стала і дорівнює *р* (ймовірність не появи події А в кожному випробуванні стала і дорівнює *q=1-p*). Така умова задачі в теорії ймовірностей називається схемою Бернуллі.

Ймовірність того, що в результаті проведення n незалежних випробувань подія А матиме місце рівно m разів, обчислюється за формулою Бернуллі (біноміальною):



Вивів її вперше швейцарський математик Якоб Бернуллі (1654 –1705), за ним і збереглася назва формули.

Як наслідки, з формули Бернуллі виводяться наступні формули для популярних для практики задач:  
1) ймовірність появи події A "хоча б один раз" в серії з n випробувань  
https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im4_038.gif  
2) ймовірність появи події A "хоча б певну кількість k раз" в серії з n випробувань обчислюють за формулою  
https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im4_042.gif  
або за властивістю біноміального розкладу ймовірностей  
https://yukhym.com/images/stories/Imov/Im4_043.gif

***Найімовірніше число появи події в n дослідах*.**

Число m0 появи події А в n незалежних випробуваннях називається *найімовірнішим,*якщо ймовірність події відбутися таке число разів найбільша. Найімовірніше число m0 появи події А в n випробуваннях, у кожному з яких вона може відбутися з ймовірністю *р* (і не відбутися з імовірністю *q=1-p*), визначається нерівністю



де *m0* – ціле число.

***Зауваження.*** Якщо в схемі Бернуллі число випробувань стає великим, то замість формули Бернуллі застосовують її асимптотичні наближення (локальне наближення, наближення Пуассона, інтегральне наближення).

**2. Локальна теорема Лапласа**

Якщо ймовірність *р* появи події А в кожному з *n* незалежних випробувань постійна, а число випробувань досить велике, то ймовірність того, що в цих випробуваннях подія А відбудеться m разів, обчислюється за формулою Лапласа (локальне наближення формули Бернуллі):

 де 

а функція ϕ(*х*) задана і має вигляд: 

Таблиця значень функції ϕ(*х*) (Додаток 1), яку називають *диференціальною функції Лапласа,* обов’язково наводиться в підручниках з теорії ймовірностей, причому лише для додатних значень *х*, тому що ϕ(*х*) – парна функція, тобто ϕ(–*х*)= ϕ(*х*). Для значень *х*>4 слід вважати, що ϕ(*х*)≈0. Ці висновки підтверджуються наведеним нижче дослідженням.

*Дослідження диференціальної функції Лапласа*

Проведемо дослідження диференціальної функції Лапласа



1. Область визначення: (–∞, ∞).

2. ϕ(–*х*)= ϕ(*х*) – функція парна.

3. Графік диференціальної функції Лапласа  має вигляд:

0,4

***x***

**0**

***ϕ*(*x*)**

Рис. Графік диференціальної функції Лапласа

***Формула Пуассона (асимптотичне наближення Пуассона)***

Якщо в кожному випробуванні ймовірність р появи події А постійна і мала (випадок малоймовірних подій), а число випробувань n досить велике, то ймовірність того, що подія А відбудеться m разів, приблизно дорівнює:

 де λ= nр.

**3. Інтегральна теорема Лапласа**

Якщо ймовірність р появи певної події в кожному випробуванні постійна, а число випробувань n досить велике, то ймовірність того, що подія А відбудеться не менше m1 і не більше m2 разів (m1 ≤ m ≤ m2), приблизно дорівнює (інтегральне наближення формули Бернуллі):



де 

а  – інтегральна функція Лапласа.

Таблиця значень цієї функції також наводиться в підручниках з теорії ймовірностей.

*Дослідження інтегральної функції Лапласа*

Проведемо дослідження інтегральної функції Лапласа



1. Область визначення: (–∞, ∞).

2. Ф(–*х*)= –Ф(*х*) – функція непарна.

3. Графік інтегральної функції Лапласа Ф(*х*) має вигляд

-0,5

Ф(*х*)

0,5

*х*

0

Рис. Графік інтегральної функції Лапласа

***Ймовірність відхилення відносної частоти від ймовірності***

Ймовірність того, що абсолютна величина відхилення відносної частоти від своєї ймовірності менше, ніж ε, дорівнює 2Ф(*х*), де *х* визначається формулою  а Ф(*х*) – інтегральна функція Лапласа.

Тобто,  де 

**Список рекомендованої літератури**

Гладунський В.Н. Математика для економістів: означення, формули, приклади. Навч. посібник. - Львів, 2013, 632 с.

Лозовий Б.Н., Пушак Я.С. Теорія ймовірностей і елементи математичної статистики. Навч. посібник. – К.: Ліра-К, 2018. – 276с.

Копич І.М., Сороківський В.М., Теорія ймовірностей та математична статистика. Навч. посібник. – К.: Ліра-К, 2018 – 382с.