**Тема: Випадкові події**

1. Події, їх класифікація. Алгебра подій.

2. Класичне і статистичне визначення ймовірності. Аксіоми теорії ймовірностей. Повна група подій.

3. Основні теореми теорії ймовірності: теорема множення ймовірностей, теорема додавання ймовірностей.

4. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.

**1. Події, їх класифікація. Алгебра подій**

Методи теорії ймовірностей широко застосовуються в різних сферах науки і техніки, особливо – в економіці. У зв’язку з тим, що економічна інформація є не досить точною і часто носить випадковий характер, переважна більшість економічних задач моделюється за допомогою ймовірносних чи статистичних методів. Способи побудови таких найпростіших моделей розглядаються в курсі теорії ймовірностей та математичної статистики.

Поняття «подія» в теорії ймовірностей є ключовим. Але точного означення цього поняття не існує. Нехай відбувається деякий дослід (експеримент, випробування) з випадковим наслідком (стохастичний експеримент). Під дослідом розуміється певна сукупність умов і дій, що може бути відтворена яке завгодно велике число разів за одних і тих же умов. Реалізація цих умов є подією. Тобто, під поняттям «подія» будемо розуміти наслідок деякого стохастичного експеримента.

Події поділяються на вірогідні, неможливі та випадкові. Подія називається випадковою, якщо вона може відбутися чи не відбутися в результаті деякого досліду. Подія називається вірогідною (u), якщо вона обов’язково відбудеться в умовах даного досліду, і неможливою (v), якщо вона не може відбутися в умовах даного досліду. Події позначаються великими латинськими літерами: А, В, С т.ін.

***Означення.*** *Сумою двох подій А і В називається подія А+В, що полягає в появі або події А, або події В, або обох разом. Добутком двох подій А і В називається подія А⋅В, що полягає в одночасній появі обох подій.* Протилежною відносно А подією називається подія (подія не А), що полягає у невиконанні події А.

***Означення.*** *Події називаються сумісними, якщо вони можуть мати місце одночасно в одному і тому ж випробуванні. Події називаються несумісними, якщо вони не можуть мати місця одночасно в одному і тому ж випробуванні.*

***Означення***. *Випадкові події А та В називають залежними, якщо ймовірність появи однієї з них залежить від появи або непояви іншої події в одному випробуванні В протилежному випадку такі події називають незалежними.*

Події називаються рівноможливими, якщо за умовами випробування жодна з цих подій не є об’єктивно більш можливою, ніж інші. Події називаються єдиноможливими, якщо, крім них, не можуть відбутися ніякі інші події.

**2. Класичне і статистичне визначення ймовірності. Аксіоми теорії ймовірностей. Повна група подій.**

***Класичне означення ймовірності***. *Ймовірність події А дорівнює відношенню числа випадків m, що сприяють їй, до загального числа n рівноможливих, єдино можливих і несумісних випадків, тобто*

**

***Статистичне означення ймовірності***. *Відносною частотою w(A) події А називають відношення числа m її появ у випробуваннях до числа всіх випробувань, тобто*

**

*Якщо n досить велике, то відносна частота w(A) коливається навколо деякої сталої Р(А), яку називають ймовірністю події А.*

***Аксіоми теорії ймовірностей***:

1) кожній події А ставиться у відповідність невід’ємне число ;

2) ймовірність вірогідної події дорівнює одиниці: *Р*(u)=1;

3) ймовірність неможливої події дорівнює нулю: *Р*(v)=0;

4) ймовірність суми двох несумісних подій дорівнює сумі ймовірностей цих подій: *Р*(*А+В*)=*Р*(*А*)+*Р*(*В*).

***Означення.*** *Події А1, А2, … Аn утворюють повну групу, якщо вони несумісні і в деякому випробуванні обов’язково матиме місце одна з них, а ніяка інша подія мати місця не може.*

Тобто сума подій, що утворюють повну групу, є вірогідною подією, тому сума їх ймовірностей дорівнює одиниці:

Р(А1)+Р(А2)+… +Р(Аn)=1.

Дві протилежні події А і  утворюють повну групу подій, тобто А +  - вірогідна подія. Тому

Р(А + )=1, Р(А)=1–Р().

Якщо позначити Р(А)=р, а Р()=q, то р=1– q.

Декілька подій утворюють повну групу, якщо в результаті випробування з’явиться хоча б одна з них.

Сума ймовірностей подій, які утворюють повну групу, дорівнює одиниці.

**3. Основні теореми теорії ймовірностей: теореми множення ймовірностей, теорема додавання ймовірностей**

***Означення.*** *Ймовірність Р(А/В) події А, яка обчислюється за умови, що подія В вже відбулася, називається умовною ймовірністю події А і обчислюється за формулою:*



***Теореми множення ймовірностей.***

*1) Ймовірність сумісної появи двох залежних подій дорівнює добутку ймовірності однієї з цих подій на умовну ймовірність другої за умови, що перша вже відбулася:*

**

*2) Ймовірність сумісної появи двох незалежних подій дорівнює добутку ймовірностей цих подій:*

**

***Теорема додавання ймовірностей для сумісних подій.***

*Ймовірність суми двох сумісних подій дорівнює сумі ймовірностей цих подій мінус ймовірність їхньої сумісної появи*:



**4. Формула повної ймовірності. Формула Байєса**

Нехай деяка подія А може відбутися за умови появи однієї з несумісних подій (гіпотез) В1, В2, …Вn, що утворюють повну групу подій. Необхідно знайти ймовірність події А.

За умовою подію А можна записати у вигляді

.

Події  - несумісні. Тому



За теоремою множення ймовірностей для залежних подій маємо:



або, що теж саме,



Ця формула є *формулою повної ймовірності.*У цій формулі ймовірності гіпотез називаються апріорними, тобто, доіспитними.

***Формула Байєса***

Нехай події В1, В2, …Вn (гіпотези) несумісні і утворюють повну групу подій. Подія А може відбутися з однією з цих гіпотез. Нехай в результаті випробування подія А *відбулася*. Потрібно визначити, з якою із гіпотез вона відбулася. Якщо подія А відбулася, то за умовою відбулася і подія А⋅Вi. Обчислимо ймовірність події А⋅Вi за теоремою добутку ймовірностей для залежних подій 

Звідси отримаємо формулу Байєса:



де Р(А) – це повна ймовірність події А.

Недоліком формули Байєса є те, що треба знати апріорні (доіспитні) ймовірності гіпотез, які не завжди відомі. Ймовірності Р(Вi/А) – це апостеріорні (післяіспитні) ймовірності гіпотез.